

Ljiljana Arambašić

LINEARNA ALGEBRA



ELEMEN

Sadržaj

1.	Vektorski prostori	1
1.1.	Uvodni primjeri vektorskih prostora	2
1.2.	Definicija i primjeri	12
1.3.	Linearna ljska skupa. Skup izvodnica	24
1.4.	Linearna zavisnost i nezavisnost	35
1.5.	Baza i dimenzija	45
1.6.	Vektorski prostori \mathbb{R}^n i \mathbb{C}^n . Koordinatizacija	53
1.7.	Primjena: Lagrangeov interpolacijski polinom	56
2.	Potprostori	61
2.1.	Definicija i primjeri	62
2.2.	Presjek i suma potprostora	75
2.3.	Direktni komplement	85
2.4.	Linearne mnogostrukosti. Kvocijentni prostor	89
3.	Matrice	97
3.1.	Množenje matrica	100
3.2.	Regularne (invertibilne) matrice	111
3.3.	Determinante	117
3.3.1.	Definicija i osnovna svojstva	117
3.3.2.	Elementarne transformacije. Laplaceov razvoj	135
3.3.3.	Determinanta i regularnost matrice. Binet-Cauchyjev teorem	142
3.3.4.	Determinanta kao generalizacija površine i volumena	152
3.4.	Rang matrice	158
3.5.	Gauss-Jordanova metoda određivanja inverza matrice	174
3.6.	LU faktorizacija matrice	178

4.	<i>Sustavi linearnih jednadžbi</i>	183
4.1.	<i>Rješivost sustava linearnih jednadžbi. Cramerov sustav</i>	187
4.2.	<i>Veza između (rješenja) homogenog i nehomogenog sustava</i>	194
4.3.	<i>Rješavanje sustava metodom eliminacije</i>	198
4.4.	<i>Još nekoliko primjera</i>	209
5.	<i>Linearni operatori</i>	217
5.1.	<i>Definicija, primjeri i osnovna svojstva</i>	218
5.2.	<i>Zadavanje linearnih operatora na bazi. Vektorski prostor $L(V, W)$. Dualni prostor</i>	230
5.3.	<i>Jezgra i slika linearog operatora</i>	239
5.4.	<i>Bidual. Anihilator</i>	250
5.5.	<i>Matrični zapis linearnih operatora</i>	255
6.	<i>Svojstvene vrijednosti i svojstveni vektori</i>	271
6.1.	<i>Definicije i primjeri</i>	272
6.2.	<i>Karakteristični polinom</i>	280
6.3.	<i>Dijagonalizacija linearog operatora</i>	287
6.4.	<i>Dijagonalizacija matrice</i>	299
6.5.	<i>Hamilton-Cayleyev teorem</i>	305
6.6.	<i>Kompleksne nultočke karakterističnog polinoma realne matrice</i>	309
6.7.	<i>Primjena: Google matrica i svojstveni vektori</i>	315
6.8.	<i>Primjena: Linearne rekurzije i sustavi linearnih rekurzija</i>	322
7.	<i>Unitarni prostori</i>	329
7.1.	<i>Definicija, primjeri i osnovna svojstva</i>	331
7.2.	<i>Ortonormirana baza. Gram-Schmidtova ortogonalizacija</i>	343
7.3.	<i>QR faktorizacija</i>	352
7.4.	<i>Ortogonalni komplement. Ortogonalni projektor</i>	356
8.	<i>Linearni operatori na unitarnim prostorima</i>	367
8.1.	<i>Linearni funkcionali na unitarnim prostorima</i>	368
8.2.	<i>Hermitski adjungirani operator</i>	372
8.3.	<i>Primjena: Problemi aproksimacije. Rješenje u smislu najmanjih kvadrata</i>	380

8.4. Unitarni operatori.....	387
8.5. Dijagonalizacija linearnog operatora na unitarnom prostoru	396
8.6. Normalni operatori. Spektralni teorem na kompleksnom unitarnom prostoru	401
8.7. Hermitski operatori. Spektralni teorem na realnom unitarnom prostoru	406
8.8. Polarna forma operatora. Dekompozicija singularnim vrijednostima.....	412
8.9. Primjena: Krivulje drugog reda. Kvadratne forme.....	418
Rješenja i upute	429
1. Vektorski prostori.....	429
2. Potprostori	431
3. Matrice	432
4. Sustavi linearnih jednadžbi	438
5. Linearni operatori	440
6. Svojstvene vrijednosti i svojstveni vektori	443
7. Unitarni prostori	486
8. Linearni operatori na unitarnim prostorima.....	451
Literatura	459
Kazalo pojmova	461